**Итоговая аттестация учащихся**

**в форме ОГЭ по математике в 2019 -2020 уч. году**

**Характеристика и структура ОГЭ по математике**

Экзаменационная работа включает в себя три раздела. «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». В свою очередь, модули «Алгебра» и «Геометрия» состоят из двух частей: одна базового уровня знаний, другая повышенного. Раздел «Реальная математика» предусматривает оценку качества образования только на базовом уровне.

Для того, чтобы получить высокую оценку по базовой части экзамена, ученик должен показать высокую степень освоения школьной программы по следующим категориям:

1. Понимание и умелое пользование основными вычислительными алгоритмами по математике.
2. Знание и понимание основных понятий, умение использовать их при решении задач.
3. Уметь записывать и воспринимать информацию с использованием «математического языка».
4. Уметь решать математические задачи с использованием различных подходов.
5. Уметь использовать полученные знания в жизненных ситуациях.

Задания ОГЭ повышенного уровня сложности нацелены на проверку более глубоких знаний учеников по предмету. Введение в общий государственный экзамен частей повышенной сложности служит для выявления более подготовленных учеников, с целью дальнейшего их обучения в профильных классах.

Всего экзаменационный модуль «Алгебра» содержит 11 заданий. Из них базового уровня 8 заданий, повышенного уровня 3 задания.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий. Из них базового уровня 5 заданий, повышенного уровня 3 задания.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий.

Таким образом на основном государственном экзамене по математике ученику предложат 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня, 4 задания повышенного уровня и 2 задания высокого уровня.

**Организация основного государственного экзамена по математике**

Для выполнения всех экзаменационных вопросов и записи ответов в бланки ученикам дается 235 минут.

Во время проведения самого экзамена в аудиторию не допускаются специалисты по математике. За ходом проведения экзамена следит комиссия, которая действует согласно выданной им инструкции. Таким образом исключается необходимость присутствия лиц со специальными знаниями по предмету.

В самом начале экзамена ученики получают полны текст работы. Задания тестовой части могут быть решены непосредственно в тексте самой работы, затем ученик должен перенести варианты ответов в бланк ответов № 1. Для заданий письменной части предусмотрен бланк ответов №2, в который необходимо записать подробное решение экзаменационной задачи. При этом, нет необходимости переписывать вопрос задания, достаточно просто указать его номер. Для решения задач письменной части ученик может использовать черновик, который не проверяется в последствии.

Проверку экзаменационных работ осуществляют специалисты по математике - члены независимых региональных или муниципальных экзаменационных комиссий по математике.

**Требования к уровню подготовки выпускников**

К окончанию изучения школьной программы ученик должен понимать:

1. в чем сущность математического доказательства, уметь доказывать теоремы;
2. что такое математическая формула, как она используется при решении задач;
3. что такое математическая функция, как она может быть связана с реальными жизненными процессами;
4. что такое вероятность и статистическая закономерность;
5. каким образом возникла геометрия, как знания полученные в этой области применяются в жизненных ситуациях;
6. что такое математическая модель и роль идеализации при решении задач.

Если подробно останавливаться на умениях, которыми должен обладать ученик по каждому из модулей, то можно выделить следующие.

При успешном освоении раздела «Арифметика» ученик должен уметь:

* 1. устно производить арифметические расчеты. Сложение и умножение двухзначных числе и десятичных дробей. Умножение однозначных чисел;
  2. представлять число в различной форме: переходить от десятичной дроби к обыкновенной и наоборот;
  3. округлять десятичные дроби;
  4. использовать основные единицы измерения;

В разделе «Алгебра» ученик должен уметь:

* 1. записывать в буквенной форме решение уравнений, подставлять числовые значения в буквенное выражение и производить расчеты;
  2. работ работать со степенями, выполнять основные действия с ним;
  3. работать с корнями, выполнять основные арифметические действий;
  4. решать уравнения: линейные, квадратные, системы двух уравнений;
  5. на координатной плоскости изображать множество решений неравенства;
  6. работать с понятиями геометрическая и арифметическая прогрессия, находить первые несколько членов;
  7. определять значения функции по аргументу и значения аргумента по функции;
  8. по графику функции определять её свойства;
  9. построить график изученной функции и описать её свойства;
  10. уметь графически изобразить зависимости между физическими величинами для несложных практических ситуаций.

В разделе «геометрия» ученик должен обладать следующими умениями:

* 1. знать язык геометрии и использовать его для описания явлений;
  2. отличать геометрические фигуры;
  3. решать геометрические задачи, требующие построения геометрических фигур;
  4. работать с понятием «вектор», вычислять основные параметры;
  5. вычислять значения площадей геометрических фигур;
  6. решать геометрические задачи с использование изученных теорем, приводить доказательства при решении;
  7. применять расчеты с использованием тригонометрических функций при решении задач;
  8. использовать полученные знания для решения простейших практических задач.

В разделе «элементы логики, комбинаторики и статистики» ученик должен уметь:

* 1. применять несложные логические операции для решения задач;
  2. работать с таблицами, графиками и диаграммами. Извлекать из них нужную информацию;
  3. вычислять средние значение тех или иных данных;
  4. отыскивать частоту появления события;
  5. находить вероятности случайных событий;
  6. отличать логически верные суждения от некорректных;
  7. уметь применять знания полученные в этой области при решении задач из реальной жизни.

## Раздел «Реальная математика»

**Характеристика модуля «Реальная математика». Основные разделы**

Раздел «Реальная математика» служит для оценки способностей учеников применять математические знания и умения в реальной жизни. Следует обратить внимание на то, что эти задачи в ОГЭ по математике составляют большую часть. Поэтому необходима эффективная подготовка учеников к решению заданий из этого раздела.

Ниже представлены основные разделы этого модуля, которые требуют рассмотрения:

1. Таблицы, графики и диаграммы. Как работать с графическими источниками информации.
2. Таблицы, графики и диаграммы. Как сравнивать и сопоставлять данные полученные при анализе графических источников информации.
3. Простые числа. Операции над ними.
4. Дробные числа. Операции над ними.
5. Степени. Операции над ними.
6. Различные единицы измерения. Как перевести данные из одной системы измерения в другую.
7. Задачи на проценты. Как работать с долями и процентами.
8. Задачи на логику.
9. Задачи на теорию вероятности. Как вычисляется вероятность различных событий.

**Таблицы, графики и диаграммы.**

Поскольку главным каналом получения информации у людей является визуальное восприятие, то очень важно, чтобы ученик развивал в себе эти навыки еще в школе. Важность этого способа подачи нового материала отражается в обилии графических данных, которые используются в учебниках, книгах, журналах и т.д. Действительно, представление большого объема текстовых данных в виде графиков или диаграмм значительно облегчает её восприятие, позволяет работать с ней, сравнивать и считывать данные..

Задачи из этой части можно разделить на две группы:

1. В задании необходимо найти данные по оси абсцисс. В этом случае вопрос будет звучать следующим образом: «В каком случае значение искомой величины будет равно заданному?»
2. В задании необходимо найти значения на оси ординат. В этом случае вопрос будет звучать так: «Определите максимальное или минимальное значение искомой величины».

Обратим внимание, что при решении задач первой категории ученики чаще испытывают затруднения, чем при работе над задачами типа 2. Часто, экзаменуемый допускает ошибку из-за невнимательности. Например, вместо максимальной величины указывают минимальную.

Диаграммы используются для представления, интерпретации и анализа информации. Существует два типа диаграмм: круговые и столбчатые. Круговые диаграммы наиболее часто используются для сравнения вкладов составных частей в целое. Столбчатые диаграммы необходимы для сопоставления групп данных из одной области.

Выделим основные типы вопросов, основанные на анализе диаграмм:

1. Определить часть, в соответствии с условием задачи, которую занимает нужный сектор в общей площади круговой диаграммы.
2. Сравнить вклад различных секторов в общую площадь круговой диаграммы.
3. Подсчитать количество столбиков на столбчатой диаграмме, удовлетворяющих заданному условию.
4. Расчетные задачи с использованием данных полученных при анализе диаграмм.

Важно помнить, что задачи на анализ столбчатых или круговых диаграмм не подразумевают использование средств измерения.

**Единицы измерения. Перевод данных из одной системы измерения в другую**

Подготовка учеников по этому разделу предполагает развитие у них следующих навыков:

1. Перевод единиц измерения в требуемый формат.
2. Оценка величин и выбор правдоподобного ответа.

Эти навыки применимы также и в решении текстовых задач, где необходимо составить уравнение по имеющимся данным.

При подготовке учеников к решению подобных задач, необходимо обращать их внимание на то, что эти задания всегда основаны на реальных значениях тех или иных величин. Например, если при решении задачи получается, что скорость пешехода 10 м/мин или 1000 м/мин, то необходимо выполнить проверку и найти ошибку.

Во время работы с учениками нужно большое внимание уделять примерам связанных с оценкой, прикидкой, выбором правдоподобного результата. Успешное освоение этой темы, позволит не только успешно решить соответствующее задание в ОГЭ по математике, но также выработает у учеников привычку проверять правдоподобность ответов при решении задач на других экзаменах.

**Задачи на проценты. Как работать с долями и процентами**

Для успешного решения этого типа задач необходимо, чтобы ученик обладал следующими умениями:

1. Выполнение арифметических действий с целыми числами и дробями.
2. Округление числа, полученного после деления с остатком.
3. Перевод процентов в доли и наоборот.

В таких задачах желательно делать проверку полученного результата, в том числе и на соответствие данных здравому смыслу. Довольно часто, в задачах представлены простые числа и получить правильный ответ можно простым перебором вариантов.

Обратим внимание на то, что все трудности, которые обычно возникают при решении этих задач связаны с недостаточным пониманием понятия процент. Необходимо объяснить ученикам, что процент - это сотая часть числа, и при решении заданий переводить данные в дробные числа, после чего совершать обратный перевод. Например, если цена товара **а** увеличилась на 10 или 20 процентов, то для нахождения его новой цены нужно величину **а** увеличить соответственно на 0.1 или 0.2. В результате чего новая цена 1.1**а** или 1.2**а**. Если же наоборот, цена упала на 10 или 20 процентов, то для нахождения его новой цены нужно величину **а** уменьшить соответственно на 0.1 или 0.2. и получить в итоге 0.9**а** или 0.8**а**.

**Задачи на теорию вероятности. Как вычисляется вероятность различных событий**

Для решения задач на нахождения вероятности определенного события необходимо уметь находить отношение благоприятных исходов к общему числу возможных исходов. В некоторых случаях это требует более сложных арифметических действий. Иногда ученик должен уметь работать с понятиями «процент» и «доля».

Выделим простейшие формулы для работы в данном разделе:

Нахождение вероятности противоположного события A\*:

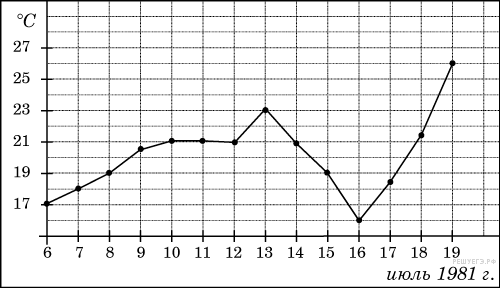
P(A\*) = 1- P(A)

Формула умножения вероятностей независимых событий:

Р = Р(А)\*Р(В)

**Примеры решения некоторых задач раздела «Реальная математика»**

Задача 1. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднесуточными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Задача предполагает нахождение максимальной и минимальной величины по графику. Ученики должны понять, что максимальное и минимальное значение на оси ординат будут соответствовать нужным величинам. Для нахождения разницы необходимо найти разность этих величин.

Часто ошибки в подобных заданиях возникают из-за невнимательного прочтения условия. Например, вместо разницы указана максимальная или минимальная температура.

Задача 2. Футболка стоила 800 рублей. После снижения цены она стала стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена на футболку?

Для решения подобных задач нужно пользоваться следующим алгоритмом:

1. Нахождение разницы в увеличении/уменьшении величины. В данном случае цена снизилась на 120 рублей.
2. Нахождение части, которую составляет полученная разница в первоначальной величине. В данном случае 120/800 = 3/20 или 0.15.
3. Перевод долей в проценты.

Задача 3. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

Для решения подобных задач нужно пользоваться следующим алгоритмом:

1. Нахождение числа благоприятных условию задачи событий. В данном примере число выученных вопросов равно 60-3 = 57.
2. Нахождение вероятности события. Вероятность событие будет равна числу благоприятных исходов к общему количеству исходов. В рассматриваемом примере получим вероятность 57/60 = 0.95.

## 

## Раздел «Алгебра»

**Характеристика модуля «Алгебра». Основные разделы**

Этот раздел предназначен для отработки навыков решения задач на преобразование выражений, вычисление их значений, сравнение чисел, изображение чисел на числовой прямой. Подобные задания ежегодно включаются в варианты ОГЭ по математике как самостоятельные задачи. Кроме того, без умения выполнять такие задания будет трудно или почти невозможно решать более сложные задания – высокого уравнения, неравенства, текстовые задачи, задачи по геометрии, требующие выполнения алгебраических преобразований.

Обозначим основные умения, которые необходимы ученику для успешного решения задач из раздела «Алгебра»:

1. Арифметические действия с целыми числами.
2. Арифметические действия с обыкновенными дробями.
3. Арифметические действия с десятичными дробями.
4. Арифметические действия с комбинациями десятичных и обыкновенных дробей.
5. Арифметические действия с натуральными степенями.
6. Арифметические действия c целыми степенями.
7. Арифметические действия с корнями.
8. Изображение чисел на числовой прямой, сравнение и оценка.
9. Формулы сокращённого умножения. Преобразование целых алгебраических выражений.
10. Преобразование дробно-рациональных алгебраических выражений.
11. Преобразование иррациональных алгебраических выражений.
12. Числовые последовательности. Арифметическая прогрессия.
13. Числовые последовательности. Геометрическая прогрессия.

Первые из уроков, предназначенных для закрепления навыков выполнения арифметических действий с числами и степенями, посвящены целым числам. Для решения соответствующих задач достаточно знать порядок выполнения арифметических операций с целыми числами и их свойства, формулы квадрата суммы и квадрата разности двух чисел, формулу разности квадратов двух чисел.

Любой из примеров на вычисление на ОГЭ по математике может быть решён с помощью последовательного выполнения арифметических операций.

**Арифметические действия с дробями**

Действия с конечными десятичными дробями обычно приводят к меньшему числу ошибок по сравнению с задачами на действия с обыкновенными дробями или комбинациями обыкновенных и смешанных дробей. Связано это, видимо, с тем, что конечные десятичные дроби как бы являются «по умолчанию» дробями «с общим знаменателем». В самом сложном случае достаточно дописать необходимое количество нулей после запятой, чтобы получить дроби с одним и тем же числом знаков после запятой. Иногда вычисления удаётся рационализировать стандартными приёмами: вынесением за скобку общего множителя, применением формул сокращённого умножения, распределительных свойств и т. д.

Задания, в которых встречаются как десятичные, так и обыкновенные дроби, вызывают порой значительные затруднения у части школьников. Если знаменатели всех дробей в условии являются степенями двойки и пятёрки или произведением таких степеней, дроби лучше обратить в конечные десятичные. Если хотя бы один из знаменателей дробей отличен от степеней двойки и пятёрки или произведения таких степеней, дроби лучше обратить в обыкновенные.

**Арифметические действия со степенями и корнями**

При решении задач на действия со степенями обычно достаточно:

1. привести степени к одному основанию;
2. привести степени к одному показателю.

Напомним определение и основные свойства корня степени n.

Определение. Алгебраическим корнем n-й степени из числа a называется такое число b, n-я степень которого равна а. Арифметическим корнем n-й степени из числа a называется такое неотрицательное число b, n-я степень которого равна а.

Обозначается корень степени n так: . Знак - называется радикалом, n показателем степени корня. Корень второй степени называется квадратным, при его обозначении степень корня не указывается. Корень третьей степени называется кубическим корнем и обозначается стандартным образом. Подавляющее большинство иррациональных выражений школьного курса математики связано именно с квадратными и реже c кубическими корнями.

Замечание 1. Для записи алгебраического и арифметического корня используется один и тот же символ. Понятие арифметического корня вводится для того, чтобы сделать однозначным определение корня чётной степени: ведь чётные степени двух противоположных чисел одинаковы, и, если при извлечении корня чётной степени не оговаривать, какое из них имеется в виду, это приведёт к различного рода противоречиям. Поэтому, когда говорят и пишут о корне чётной степени из числа, то всегда (если не оговорено противное) имеют в виду арифметический корень, который по определению является неотрицательным числом. Для корней нечётной степени обычно используют определение алгебраического корня. Таким образом, корень любой степени из неотрицательного числа является неотрицательным числом, корень нечётной степени из отрицательного числа является отрицательным числом.

**Числовые последовательности. Арифметическая прогрессия**

Напомним, что числовой последовательностью называется набор чисел, для которых указан порядок их следования, т. e. каждому из чисел набора приписан определённый порядковый номер, причём любые два числа из набора (даже если они равны) имеют разные номера. Иными словами, последовательность - не что иное, как функция, определённая на множестве натуральных чисел. График такой функции представляет собой множество точек с натуральными абсциссами, ординаты которых находятся по определённому правилу. Это правило, как и в случае любой другой функции, может быть дано в виде описания, таблицы, формулы либо даже сразу в виде самого графика. Обычно последовательность обозначается так: (an) - или так: {an}. Скобки указывают именно на обозначение последовательности, а их отсутствие, т.е. запись аn, означает, что речь идёт об ты члене последовательности. В школьном курсе математики изучаются в основном две последовательности: арифметическая и геометрическая прогрессия.

Арифметической прогрессией называется числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же для данной последовательности числом d, называемым разностью прогрессии.

Разность арифметической прогрессии может быть любым числом: положительным, отрицательным, нулём. Таким образом, для того чтобы однозначно определить арифметическую прогрессию, достаточно знать какой-то её член и разность, т. e. арифметическая прогрессия задаётся двумя элементами. В самых простых и стандартных случаях это первый член прогрессии и её разность. На числовой прямой члены арифметической прогрессии с разностью, отличной от нуля, изображаются точками, расстояние между двумя любыми соседними из которых равно d.

Из определения арифметической прогрессии вытекают формула её n-го члена:

и формула суммы Sn eё первых n членов:

При решении некоторых задач могут оказаться полезными следующие свойства, также вытекающие из определения арифметической прогрессии:

1) ak + al = ар + aq. B том и только том случае, если k + l = p + q, т. e. сумма

двух любых членов арифметической прогрессии равна сумме двух любых других её членов с той же суммой индексов;

2) , т. e. каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, есть среднее арифметическое двух равноотстоящих от него членов этой прогрессии; в частности, каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов этой прогрессии.

Обратим внимание на то, что если для какой-то числовой последовательности верна формула 2, то эта последовательность является арифметической прогрессией, поэтому свойство 2 иногда называют характеристическим свойством арифметической прогрессии.

**Числовые последовательности. Геометрическая прогрессия**

Приведём основные определения и факты, связанные с геометрической прогрессией.

Геометрической прогрессией называется числовая последовательность (bn), первый член которой отличен от нуля, а любой другой её член равен предыдущему, умноженному на одно и то же для данной последовательности отличное от нуля число q, называемое знаменателем прогрессии. Таким образом, в отличие от определения арифметической прогрессии определение геометрической прогрессии содержит ограничения на оба её базовых элемента. Из определения геометрической прогрессии следует и то, что любой её член отличен от нуля.

Таким образом, для того чтобы однозначно определить геометрическую прогрессию, достаточно знать какой-то её член и знаменатель, T. е. геометрическая прогрессия, как и арифметическая, задаётся двумя элементами. В самых простых и стандартных случаях это первый член прогрессии и её знаменатель. В более сложных задачах по данным условия можно составить два равенства (уравнения), которые позволят найти b1 и q, a уже затем c их помощью вычислить искомую величину.

Определение геометрической прогрессии позволяет найти формулу её n-го члена: bn = b1 \* qn- 1 и формулу суммы Sn её первых n членов:

(для прогрессии, знаменатель которой отличен от 1). Если же знаменатель геометрической прогрессии равен 1, то все её члены равны первому и Sn = n \* bl.

Напомним ещё два свойства, которые могут оказаться полезными при решении ряда задач:

1) 1) bk \* bl = bр \* bq том и только том случае, если k + l = p + q, T. e. произведение двух любых членов геометрической прогрессии равно произведению двух любых других её членов с той же суммой индексов;

2) , т. e. кажцый член геометрической прогрессии, начиная co второго, равен произведению двух равноотстоящих от него членов этой прогрессии;

Обратим внимание на то, что если для какой-то числовой последовательности верна формула 2, то эта последовательность является геометрической прогрессией, поэтому свойство 2 иногда называют характеристическим свойством геометрической прогрессии.

## Раздел «Геометрия»

**Характеристика модуля «Геометрия». Основные разделы**

Задачи по планиметрии с кратким ответом и с развёрнутым ответом (полным решением) встречаются в вариантах ОГЭ по математике среди задач как базового, так и повышенного и высокого уровня сложности.

Задачи с кратким ответом представляют собой достаточно традиционные несложные задачи на вычисление углов, расстояний, длин и площадей плоских фигур, в том числе по готовому чертежу, в некоторых случаях сделанному на бумаге в клетку или в прямоугольной системе координат (с указанием координат данных точек в условии или на чертеже). Задачи с развёрнутым ответом (полным решением) требуют уверенного владения материалом школьной программы по геометрии и умения применять изученные теоремы в более сложных случаях.

Обозначим основные умения, которые необходимы ученику для успешного решения задач из раздела «Геометрия»:

1. Прямые, отрезки, углы.
2. Равнобедренный и равносторонний треугольники.
3. Прямоугольный треугольник.
4. Произвольный треугольник.
5. Формулы площади треугольника.
6. Параллелограмм. Площадь параллелограмма.
7. Прямоугольник, квадрат, ромб, их площади.
8. Трапеция.
9. Площадь трапеции.

**Прямые, отрезки, углы**

Для решения задач достаточно представления о том, что такое отрезок и угол, какие прямые называются параллельными, какие – перпендикулярными, какие углы называются вертикальными, какие - смежными, как называются пары углов, которые образуются при пересечении двух параллельных прямых третьей. Помимо этих понятий, потребуется знание основных фактов, связанных с перечисленными углами:

1. сумма смежных углов равна 180°;
2. вертикальные углы равны;
3. соответственные углы равны;
4. накрест лежащие углы равны;
5. сумма односторонних углов равна 180°;
6. сумма углов треугольника равна 180°.

**Равнобедренные, равносторонние, прямоугольные треугольники**

Напомним основные факты, связанные с треугольниками:

1. сумма углов треугольника равна 180°;
2. внешний угол треугольника равен сумме двух не смежных с ним внутренних углов треугольника;
3. высоты треугольника пересекаются в одной точке;
4. биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке (эта точка является центром вписанной в треугольник окружности);
5. серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке (эта точка является центром описанной около треугольника окружности);
6. медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2 : 1, считая от вершин треугольника;
7. средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна её половине.

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны, а высота, проведённая к основанию, является медианой и биссектрисой, поэтому на ней и находятся центры вписанной и описанной окружностей.

Частный случай равнобедренного треугольника - равносторонний треугольник. В нём каждая высота является медианой и биссектрисой, поэтому центры вписанной и описанной окружностей совпадают и R = 2r.

Некоторые задания по планиметрии ОГЭ и ЕГЭ по математике представляют собой задачи на вычисление длин, площадей и углов по данным чертежам на клетчатой бумаге (сетке). Бумага в клетку играет в данном случае роль своего рода «помощника условия», позволяя найти длины отрезков, расположенных на линиях сетки, а затем с их помощью вычислить, например, длины других отрезков или площади плоских фигур.

Среди всех треугольников особое место занимает прямоугольный треугольник. В прямоугольном треугольнике один из катетов можно считать высотой, а другой - основанием. Поэтому площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов. Разумеется, все остальные формулы площади с треугольника применимы и к прямоугольному треугольнику. Кроме того, для прямоугольного треугольника справедлива теорема Пифагора, а синус, косинус или тангенс его острого угла можно найти как отношение катета к гипотенузе или катета к катету.

Таким образом, для прямоугольного треугольника справедливы следующие основные формулы:

**Параллелограмм**

Приведём основные факты, связанные c параллелограммом:

1. противоположные стороны параллелограмма параллельны и равны;
2. сумма двух углов параллелограмма, прилежащих к одной из его сторон, равна 180°;
3. диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

Пусть a и b - длины двух смежных сторон параллелограмма, ha, hb - соответственно высоты, проведённые к этим сторонам, γ- угол между этими сторонами, S - площадь параллелограмма. Основные формулы для вычисления площади параллелограмма: S = aha = bhb; S = ab sin γ.

Кроме того, для параллелограмма, разумеется, справедлива и формула площади произвольного выпуклого четырёхугольника: если d1 и d2 - длины диагоналей выпуклого четырёхугольника, γ - угол между ними, то площадь S этого четырёхугольника равна полупроизведению диагоналей четырёхугольника на синус угла между ними, т. е.

**Прямоугольник, квадрат, ромб, их площади**

Важнейшими частными случаями параллелограмма являются прямоугольник, ромб, квадрат. Они обладают всеми свойствами параллелограмма, но для них справедливы и некоторые дополнительные свойства, которыми произвольные параллелограммы не обладают:

1. диагонали прямоугольника (а значит, и квадрата) равны;
2. диагонали ромба (а значит, и квадрата) взаимно перпендикулярны.

Площадь S прямоугольника равна произведению двух его смежных сторон a и b, т. e. S = ab. Площадь квадрата S равна квадрату его стороны а, т. е. S = a2. Для вычисления площадей прямоугольника и ромба можно использовать формулу площади выпуклого четырёхугольника. Поскольку диагонали d1 и d2 ромба взаимно перпендикулярны, из формулы следует, что площадь ромба равна полупроизведению его диагоналей:

He в каждый параллелограмм можно вписать окружность, и не для каждого параллелограмма существует описанная окружность. Описать окружность можно только около прямоугольника (и, следовательно, квадрата); её центром будет точка пересечения диагоналей прямоугольника. Вписать окружность можно только в ромб (и, следовательно, в квадрат); её центром будет точка пересечения диагоналей ромба.

**Трапеция**

Трапеция является более сложным четырёхугольником по сравнению с параллелограммом, поскольку у неё параллельны только две стороны (основания трапеции), а две другие не параллельны (боковые стороны трапеции).

Трапеция, у которой одна из боковых сторон перпендикулярна основаниям, называется прямоугольной; трапеция, боковые стороны которой равны, называется равнобедренной (диагонали такой трапеции равны, углы при любом из оснований также равны).

Средняя линия трапеции параллельна её основаниям и равна их полусумме.

**Окружность и координаты**

*Окружность и круг. Длина окружности и площадь круга*

Приведём основные факты по теме «Окружность и круг», необходимые для решения соответствующих заданий ОГЭ по математике с кратким ответом:

1. центральный угол окружности измеряется дугой этой окружности, на которую он опирается;
2. вписанный угол окружности равен половине центрального угла и измеряется половиной дуги, на которую он опирается;
3. касательная к окружности перпендикулярна радиусу этой окружности, проведённому в точку касания;
4. отрезки касательных, проведённых к окружности из одной точки, равны;
5. центр окружности, вписанной в угол, лежит на биссектрисе этого угла;
6. длина окружности равна 2πr, где г - радиус окружности;
7. площадь круга равна πr2, где r - радиус круга.

*Углы, связанные с окружностью*

Напомним основные факты об углах, связанных с окружностью, и о взаимном расположении окружностей:

1. центральный угол окружности измеряется дугой окружности, на которую он опирается;
2. в угол, вписанный в окружность, равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу, и измеряется половиной этой дуги;
3. угол между двумя секущими к окружности, пересекающимися внутри окружности, равен полусумме дуг, высекаемых на окружности любой из пар вертикальных углов, образованных этими секущими;
4. угол между двумя секущими к окружности, пересекающимися вне окружности, равен полуразности дуг, высекаемых на окружности любой из пар вертикальных углов, образованных этими секущими;
5. касательная к окружности перпендикулярна её радиусу, проведённому в точку касания;
6. отрезки касательных, проведённых к окружности из одной точки, равны;
7. центр окружности, вписанной в угол, лежит на биссектрисе этого угла;
8. две окружности не имеют общих точек в том и только том случае, если расстояние между их центрами больше суммы радиусов этих окружностей;
9. две окружности имеют ровно две общие точки (пересекаются в двух точках) в том и только том случае, если расстояние между их центрами меньше суммы радиусов этих окружностей;
10. две окружности имеют ровно одну общую точку (касаются) в том и только том случае, если расстояние между их центрами равно сумме радиусов этих окружностей

*Окружность, вписанная в треугольник*

Приведём основные факты, связанные с окружностью, вписанной в треугольник:

1. в любой треугольник можно вписать окружность и притом только одну;
2. центром окружности, вписанной в треугольник, является точка пересечения биссектрис треугольника;
3. радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен одной трети его биссектрисы (напомним, что она же является медианой и высотой равностороннего треугольника);
4. площадь S треугольника равна произведению полупериметра p этого треугольника на радиус r вписанной в него окружности: S = pr.

*Окружность, описанная вокруг треугольника*

Напомним основные факты, связанные с окружностью, описанной около треугольника:

1. около любого треугольника можно описать окружность и притом только одну;
2. центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам;
3. радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен двум третям его высоты (напомним, что она же является медианой и биссектрисой равностороннего треугольника);
4. центром окружности, описанной около прямоугольного треугольника, является середина его гипотенузы, а радиус окружности равен половине гипотенузы;
5. площадь S треугольника может быть найдена по формуле:

где а, b, с - длины сторон треугольника, R - радиус описанной окружности треугольника.

**Геометрия на клетчатой бумаге**

Среди задач по планиметрии особое место в вариантах ОГЭ и ЕГЭ занимают задачи на клетчатой бумаге. В таких задачах данные даются в виде чертежа на бумаге в клетку, причём размеры клеток одинаковы и заданы условием. Это задачи на вычисление углов, расстояний, площадей, связанные со всеми изучаемыми в школьном курсе фигурами. Клетки в таких задачах, по сути, выполняют роль линейки: посчитав по клеточкам необходимые длины и используя известные геометрические факты и свойства, можно довольно быстро получить ответ на вопрос задачи. К этим задачам вплотную примыкают задания на вычисление элементов плоских фигур по готовому чертежу, на котором указаны координаты некоторых точек фигуры (например, вершин треугольника или четырёхугольника), позволяющие после выполнения несложных вычислений ответить на вопрос задачи. При этом, как правило, не требуется применения дополнительных формул метода координат.

B некоторых случаях подобные задачи можно решить, разбив данную фигуру на прямоугольные треугольники и квадраты, площади которых легко вычислить.

Если четырёхугольник не является выпуклым или если угол между его диагоналями отличен от прямого, но вершины четырёхугольника являются линиями сетки, можно дополнить его до прямоугольника, проведя через его вершины прямые по линиям сетки. После этого из площади полученного прямоугольника нужно вычесть площади дополняющих фигур, которыми будут прямоугольные треугольники и квадраты. Эту же идею можно использовать и при вычислении площадей треугольников с вершинами в узлах сетки, если стороны треугольника не лежат на линиях сетки.